

Zadanie 4.**Wiązka zadań *Silniowy system pozycyjny***

Pojęcie *silni* dla liczb naturalnych większych od zera definiuje się następująco:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

Silniowy system pozycyjny to pozycyjny sposób zapisu liczb naturalnych, w którym mnożniki dla kolejnych pozycji są definiowane przez silnie kolejnych liczb naturalnych, tzn.

$$(x)_i = (x_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_2 x_1)_i = x_n \cdot n! + x_{n-1} \cdot (n - 1)! + \dots + x_2 \cdot 2! + x_1 \cdot 1!$$

W systemie silniowym współczynnik x_i , który odpowiada mnożnikowi $i!$, spełnia zależność $0 \leq x_i \leq i$.

Zapis każdej liczby w silniowym systemie pozycyjnym jest jednoznaczny, tzn. każdą liczbę naturalną można zapisać tylko w jeden sposób i każdą liczbę naturalną można zapisać dokładnie w jeden sposób.

Uwaga: W poniższych zadaniach będziemy mieć do czynienia tylko z takimi liczbami, dla których współczynniki x_i spełniają zależność $0 \leq x_i \leq 9$.

Przykład

$$(1220)_! = 1 \cdot 4! + 2 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 0 \cdot 1! = 24 + 12 + 4 + 0 = 40.$$

4.1.

Uzupełnij tabelę. Zamień zapis liczby w systemie silniowym na jej zapis w systemie dziesiętnym.

liczba w systemie silniowym	liczba w systemie dziesiętnym
$(310)_!$	
$(2011)_!$	
$(54211)_!$	

4.2.

Podaj zapis w systemie silniowym największej liczby, jaką można w tym systemie zapisać na pięciu pozycjach.

4.3.

Zamiana zapisu liczby w systemie dziesiętnym na zapis w systemie silniowym może przebiegać według następującego schematu: Szukamy największej liczby k , której silnia nie przekracza liczby x . Pierwsza jej cyfra to wynik dzielenia całkowitego x przez $k!$. Kolejne cyfry zapisu silniowego (zaczynając od cyfr najbardziej znaczących) otrzymujemy przez wyznaczenie wyników dzielenia liczby x przez $(k-1)!$, $(k-2)!$, ..., $2!$, $1!$. Po wyznaczeniu cyfry x_i , odpowiadającej współczynniki $i!$, zmniejszamy wartość x o liczbę odpowiadającą cyfrze x_i , czyli $x_i \cdot i!$. Oznacza to, że x przyjmuje wartość $x \bmod k!$.

Przykład

x	k	$x \operatorname{div} k!$	$x \bmod k!$
1548	6	2	108
108	5	0	108
108	4	4	12
12	3	2	0
0	2	0	0
0	1	0	0

Liczba dziesiętna 1548 w zapisie silniowym: $(204200)_!$

Wykonaj zamianę liczby 5489 z systemu dziesiętnego na silniowy zgodnie z opisanym powyżej algorytmem. Uzupełnij poniższą tabelkę oraz podaj zapis silniowy liczby 5489.

x	k	$x \text{ div } k!$	$x \text{ mod } k!$
5489			

Liczba dziesiętna 5489 w zapisie silniowym:

4.4.

Poniżej przedstawiono algorytm z lukami, który zamienia zapis liczb z systemu dziesiętnego na system silniowy. Uzupełnij luki w tym algorytmie.

Specyfikacja

Dane:

x — liczba całkowita dodatnia zapisana w systemie dziesiętnym,

Wynik:

s — napis reprezentujący liczbę x zapisaną w systemie silniowym.

$silnia \leftarrow 1$

$k \leftarrow 1$

dopóki ($silnia < x$) **wykonuj**

$k \leftarrow k + 1$

$silnia \leftarrow silnia * k$

jeżeli

$silnia \leftarrow silnia \text{ div } k$

$k \leftarrow k - 1$

$s \leftarrow ""$

dopóki ($k > 0$) **wykonuj**

$cyfra \leftarrow \dots\dots\dots$

$s \leftarrow s \circ \text{tekst}(cyfra)$

$x \leftarrow \dots\dots\dots$

$silnia \leftarrow \dots\dots\dots$

$k \leftarrow k - 1$

Uwaga

tekst(x) oznacza funkcję zamieniającą liczbę x na jej zapis tekstowy

"" oznacza napis pusty

$u \circ v$ oznacza sklejanie dwóch napisów: u oraz v

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki