

**Zadanie 6.****Wiązka zadań *Od szczegółu do ogółu***

Rozważmy następujący algorytm:

Dane:

$k$  — liczba naturalna,

$A[1\dots 2^k]$  — tablica liczb całkowitych.

**Algorytm 1:**

```

n ← 1
dla i=1,2,...,k wykonuj
    n ← 2·n
s ← 1
dopóki s<n wykonuj
    j ← 1
    dopóki j<n wykonuj
        (*) jeżeli A[j]>A[j+s]
        (**) zamień(A[j],A[j+s])
        j ← j+2·s
    s ← 2·s
zwróć A[1]

```

**Uwaga:** Funkcja  $\text{zamień}(A[j],A[j+s])$  zamienia miejscami wartości  $A[j]$  oraz  $A[j+s]$ .

**6.1.**

Prześledź działanie algorytmu 1 dla podanych poniżej wartości  $k$  i początkowych zawartości tablicy  $A$ . W każdym wierszu poniższej tabeli wpisz końcową zawartość tablicy  $A$ .

k	Początkowa zawartość tablicy $A[1\dots 2^k]$	Końcowa zawartość tablicy $A[1\dots 2^k]$
2	[4, 3, 1, 2]	[1, 4, 3, 2]
2	[2, 3, 4, 1]	
3	[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]	
3	[8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]	
3	[4, 5, 6, 1, 8, 3, 2, 4]	

**6.2.**

Wskaż, które z poniższych zdań są prawdziwe (P), a które fałszywe (F), wstawiając znak X w odpowiedniej kolumnie:

	P	F
Po zakończeniu działania algorytmu 1 komórka $A[2^k]$ zawiera największą z liczb $A[1], \dots, A[2^k]$ .		
Po zakończeniu działania algorytmu 1 spełniona jest nierówność $A[i] \leq A[i+1]$ dla każdego $i$ , takiego że $1 \leq i \leq 2^k$ .		
Po zakończeniu działania algorytmu 1 komórka $A[1]$ zawiera najmniejszą z liczb $A[1], \dots, A[2^k]$ .		

**6.3.**

Wskaż, które z poniższych zdań są prawdziwe (P), a które fałszywe (F), wstawiając znak X w odpowiedniej kolumnie. Przyjmij, że  $n=2^k$  oraz  $k>1$ :

	P	F
Instrukcja jeżeli w wierszu (*) jest wykonywana mniej niż $2n$ razy.		
Instrukcja jeżeli w wierszu (*) jest wykonywana mniej niż $n/2$ razy.		
Możliwe jest dobranie takiej początkowej zawartości $A[1..2^k]$ , że instrukcja zamiany z wiersza (**) nie zostanie wykonana ani razu.		
Możliwe jest dobranie takiej początkowej zawartości $A[1..2^k]$ , że instrukcja zamiany z wiersza (**) zostanie wykonana co najmniej $2n^2$ razy.		

**6.4.**

Rozważmy poniższy algorytm podobny do **algorytmu 1**.

Wejście:  $k$  — liczba naturalna,  
 $A[1..2^k]$  — tablica liczb całkowitych.

**Algorytm 2:**

```

n ← 1
dla i=1,2,...,k wykonuj
    n ← 2·n
s ← 1
dopóki s<n wykonuj
    j ← 1
    dopóki j<n wykonuj
    (*)   jeżeli A[j]>A[j+1]
           zamień(A[j],A[j+1])
           j ← j+1
    s ← s+1
zwróć A[1], A[2],...,A[n]
    
```

**Uwaga:** Funkcja  $zamień(A[j],A[j+1])$  zamienia miejscami wartości  $A[j]$  oraz  $A[j+1]$ .

Uzupełnij luki w poniższych zdaniach. Przyjmij  $n=2^k$  oraz  $k>1$ .

Po zakończeniu działania algorytmu 2 element  $A[i]$  jest .....  
 niż element  $A[i+1]$  dla każdego  $i$  większego od .....  
 oraz mniejszego od.....

Wiersz (\*) **algorytmu 2** wykonywany będzie w przebiegu algorytmu

- ..... niż  $n$  razy,
- ..... niż  $n^2$  razy.

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

#### **Autorzy**

dr Lech Duraj  
dr Ewa Kołczyk  
Agata Kordas-Łata  
dr Beata Laszkiewicz  
Michał Malarski  
dr Rafał Nowak  
Rita Pluta  
Dorota Roman-Jurdzińska

#### **Komentatorzy**

prof. dr hab. Krzysztof Diks  
prof. dr hab. Krzysztof Loryś  
Romualda Laskowska  
Joanna Śmigielska

#### **Opracowanie redakcyjne**

Jakub Pochrybniak

#### **Redaktor naczelny**

Julia Konkołowicz-Pniewska

*Zbiory zadań* opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,  
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,  
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,  
Program Operacyjny Kapitał Ludzki