

Zadanie 11.**Wiązka zadań Odwrotna notacja polska**

Dla przetwarzania przez komputer wygodnym sposobem zapisu wyrażeń arytmetycznych jest tzw. odwrotna notacja polska (ONP). Zapis w ONP wyrażenia W nazywamy *postacią ONP* i oznaczamy ją $ONP(W)$. W ONP operator (dodawania, odejmowania, mnożenia, dzielenia) umieszczamy za jego argumentami, np. $2+5$ zapisujemy jako $2\ 5\ +$. Dokładniej, postać ONP dla wyrażenia definiujemy rekurencyjnie w następujący sposób:

1. Jeżeli W jest liczbą, to jego postać ONP jest równa W .
2. Jeżeli W ma postać $W_1\ op\ W_2$, gdzie op jest operatorem, a W_1 i W_2 wyrażeniami, to $ONP(W)$ jest równe $ONP(W_1)\ ONP(W_2)\ op$.

Przykład

$W = W_1\ op\ W_2$	W_1	W_2	op	$ONP(W)$
$1 + 2$	1	2	+	1 2 +
$5 - 7$	5	7	-	5 7 -
$3 * (5 - 7)$	3	$5 - 7$	*	3 5 7 - *
$(1 + 2) + (3 * (5 - 7))$	$1 + 2$	$3 * (5 - 7)$	+	1 2 + 3 5 7 - * +

Zauważmy, że dla $W = (1 + 2) + (3 * (5 - 7))$ wartość $ONP(W)$ uzyskujemy z połączenia $ONP(1 + 2) = 1\ 2\ +$, $ONP(3 * (5 - 7)) = 3\ 5\ 7\ -\ *$ oraz znaku dodawania +.

11.1.

Uzupełnij poniższą tabelę, podając dla każdego wyrażenia z pierwszej kolumny jego podwyrażenia, łączący je operator oraz postać ONP tego wyrażenia.

$W = W_1\ x\ W_2$	W_1	W_2	op	$ONP(W)$
$4 + 3$	4	3	+	4 3 +
$(4 + 3) * 2$				
$5 * (7 - 6)$				
$((4 + 3) * 2) - (5 * (7 - 6))$				

11.2.

Postać ONP wyrażeń, choć dla ludzi mało czytelna, ma własności bardzo przydatne dla analizy komputerowej. W ONP nie są potrzebne nawiasy, a do wyznaczania wartości wyrażenia można zastosować prosty algorytm podany poniżej.

Specyfikacja

Dane:

 n — liczba całkowita dodatnia, $X = X[1 \dots n]$ — wyrażenie w ONP, gdzie $X[i]$ dla $1 \leq i \leq n$ jest liczbą lub znakiem ze zbioru $\{+, -, *\}$.

Wynik:

wartość wyrażenia X .**Algorytm:** $k \leftarrow 1$ **dla** $i=1,2,\dots,n$ **wykonuj****jeżeli** $X[i]$ jest liczbą $T[k] \leftarrow X[i]$ **jeżeli** $X[i] \in \{+, -, *\}$ $b \leftarrow T[k-1]$ $a \leftarrow T[k-2]$ $k \leftarrow k-2$ **jeżeli** $X[i] = '+'$ $T[k] \leftarrow a + b$ **jeżeli** $X[i] = '-'$ $T[k] \leftarrow a - b$ **jeżeli** $X[i] = '*'$ $T[k] \leftarrow a * b$ $k \leftarrow k+1$ **zwróć** $T[1]$ Prześledź działanie podanego algorytmu dla wyrażenia $X = 9\ 7 + 3 * 5\ 4 - 2 * -$, czyli dla $n=11$ oraz następujących wartości $X[1], \dots, X[11]$:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X[i]$	9	7	+	3	*	5	4	-	2	*	-

Uzupełnij poniższą tabelę:

i	Wartość zmiennej k po i -tym przebiegu pętli	Zawartość tablicy $T[1..k-1]$ po i -tym przebiegu pętli
1	2	9
2	3	9, 7
4	3	16, 3
5		
6		
10		
11		

11.3.

Poniższy algorytm sprawdza, czy podany na wejściu ciąg liczb i operatorów jest poprawnym wyrażeniem w ONP.

Specyfikacja

Dane:

n — liczba całkowita dodatnia

$X = X[1..n]$ — ciąg elementów, z których każdy jest liczbą lub znakiem ze zbioru $\{+, -, *\}$.

Wynik:

Tak — jeśli X jest poprawnym wyrażeniem w ONP,

Nie — w przeciwnym przypadku.

Algorytm:

$licznik \leftarrow 0$

dla $i=1,2,\dots,n$ **wykonuj**

jeżeli $X[i]$ jest liczbą

$licznik \leftarrow licznik + 1$

jeżeli $X[i] \in \{+, -, *\}$

jeżeli $licznik < 2$

zwróć „Nie” i zakończ działanie

w przeciwnym razie

$licznik \leftarrow licznik - 1$

jeżeli $licznik \neq 1$

zwróć „Nie”

w przeciwnym razie

zwróć „Tak”

Oceń, które z podanych poniżej napisów są wyrażeniami zapisanymi poprawnie w ONP, wpisując słowa TAK lub NIE w trzeciej kolumnie poniższej tabeli. W drugiej kolumnie podaj wartości zmiennej $licznik$ po zakończeniu działaniu algorytmu dla poszczególnych napisów.

Napis	Wartość zmiennej $licznik$ po zakończeniu algorytmu	Czy poprawne wyrażenie w ONP?
1 2 + *	1	NIE
1 2 + 3 4 - 5 * 7 8 + 9		
1 2 3 4 5 + + + +		
1 2 3 4 5 + + + + +		
1 2 3 4 5 + + + + +		
1 2 + 2 3 - 3 4 * 4 5 + - - - -		
1 2 + 2 3 - 3 4 * 4 5 + - - - -		
1 2 + 3 4 - 5 * 7 8 + 9 + + +		

11.4.

W poniższych wyrażeniach przyjmujemy, że op_1, \dots, op_{10} to znaki ze zbioru $\{+, -, *\}$. Podaj postać ONP poniższych wyrażień.

X: (((((((((1 op₁ 2) op₂ 3) op₃ 4) op₄ 5) op₅ 6) op₆ 7) op₇ 8) op₈ 9) op₉ 10)

ONP(X):

.....

Y: (1 op₁ (2 op₂ (3 op₃ (4 op₄ (5 op₅ (6 op₆ (7 op₇ (8 op₈ (9 op₉ 10))))))))))

ONP(Y):

.....

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki