

Zadanie 14.**Wiązka zadań *Działka***

Pan G jest geodetą. Jego zadaniem jest wyznaczenie pola powierzchni działki budowlanej o kształcie pewnego wielokąta wypukłego. Aby wyznaczyć pole powierzchni działki, pan G obchodzi ją dookoła, tak aby działkę mieć zawsze po swojej prawej stronie. Podczas pomiaru zapisuje współrzędne kolejnych wierzchołków wielokąta, przy czym:

1. rozpoczyna obchód w punkcie $P_1 = [x_1, y_1]$;
2. współrzędne kolejno odwiedzonych wierzchołków oznacza:

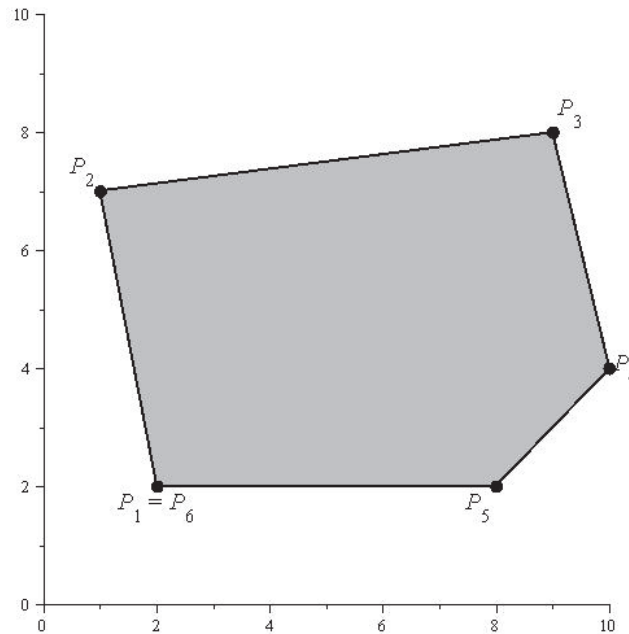
$$P_2 = [x_2, y_2], P_3 = [x_3, y_3], \dots, P_n = [x_n, y_n];$$

3. kończy obchód w punkcie początkowym, tzn. przyjmuje $P_{n+1} = P_1$.

Przykład

Poniższy obrazek przedstawia działkę ($n = 5$) oraz kolejne punkty pomiaru zanotowane przez geodetę:

$$P_1 = [2,2], \quad P_2 = [1,7], \quad P_3 = [9,8], \quad P_4 = [10,4], \quad P_5 = [8,2], \quad P_6 = P_1.$$



Następnie pan G wyznacza pole działki za pomocą wzoru

$$pole = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_{i-1}) \cdot y_i,$$

gdzie x_0 przyjmuje jako x_n .

Obliczanie pola z podanego wzoru realizowane jest według następującego algorytmu:

Dane:

n — liczba całkowita, $n \geq 0$,

$x_1, y_1; x_2, y_2; \dots; x_n, y_n$ — współrzędne punktów pomiaru.

Wynik:

pole działki

Algorytm:

$x_0 \leftarrow x_n$

$x_{n+1} \leftarrow x_1$

$y_{n+1} \leftarrow y_1$

$pole = 0$

dla $i = 1, 2, \dots, n$ **wykonuj**

$pole \leftarrow pole + (x_{i+1} - x_{i-1}) \cdot y_i$

zwróć $\frac{pole}{2}$ **i zakończ**

14.1.

Przeanalizuj działanie powyższego algorytmu dla przykładu z rysunku i uzupełnij poniższą tabelkę.

i	x_i	y_i	$x_{i+1} - x_{i-1}$	$(x_{i+1} - x_{i-1}) \cdot y_i$
1	2	2		
2	1	7		
3	9	8		
4	10	4		
5	8	2		

Podaj obliczone pole działki:

14.2.

Niech punkty $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$, $C = [x_3, y_3]$ będą wierzchołkami pewnego trójkąta, podanymi w kolejności zgodnej z ruchem wskazówek zegara. Bazując na metodzie geodety, podaj wzór na pole trójkąta ABC .

14.3.

Wyraż wzorem liczbę operacji mnożenia oraz łączną liczbę operacji dodawania i odejmowania współrzędnych punktów, jaka zostanie wykonana przez podany algorytm podczas obliczania pola powierzchni działki o kształcie wielokąta n -wierzchołkowego.

Uzupełnij poniższą tabelkę:

Działanie	Liczba operacji
dodawanie i odejmowanie	
mnożenie	

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki