

**Zadanie 15.**

Wiązka zadań *Zbiór Cantora*

**Zbiór (fraktal) Cantora** rzędu 0 jest równy odcinkowi jednostkowemu  $[0; 1]$ . Zbiór Cantora rzędu 1 uzyskujemy, dzieląc odcinek jednostkowy  $[0; 1]$  na trzy równe części i usuwając odcinek środkowy (pozostawiając zaś jego końce). Składa się on zatem z dwóch fragmentów odcinka jednostkowego:  $[0; 1/3]$ ,  $[2/3; 1]$ .

Ogólnie zbiór Cantora rzędu  $n+1$  tworzymy ze zbioru Cantora rzędu  $n$  w następujący sposób: każdy odcinek zbioru Cantora rzędu  $n$  dzielimy na trzy równe części i usuwamy odcinek środkowy, pozostawiając jego końce. Zgodnie z tą regułą zbiór Cantora rzędu 2 składa się z odcinków:  $[0; 1/9]$ ,  $[2/9; 3/9]$ ,  $[6/9; 7/9]$  i  $[8/9; 1]$ .



Rysunek. Geometryczna ilustracja zbiorów Cantora rzędu 0, 1, 2, 3 i 4

**15.1.**

Uzupełnij poniższą tabelę, podając liczbę odcinków w zbiorach Cantora podanych rzędów.

$n$	Liczba odcinków w zbiorze Cantora rzędu $n$
0	1
1	2
2	4
3	8
5	
6	
9	
10	

Podaj ogólny wzór określający  $C(n)$ , liczbę odcinków w zbiorze Cantora rzędu  $n$ :

$$C(n) = \dots\dots\dots$$

**15.2.**

Zauważ, że każdy odcinek w zbiorze Cantora ustalonego rzędu ma tę samą długość. Uzupełnij poniższą tabelę, podając długość jednego odcinka w zbiorach Cantora podanych rzędów.

$n$	Długość jednego odcinka w zbiorze Cantora rzędu $n$
0	1
1	1/3
2	1/9
3	1/27
4	
5	
6	
7	

Podaj ogólny wzór określający długość  $D(n)$  jednego odcinka w zbiorze Cantora rzędu  $n$ :

$$D(n) = \dots\dots\dots$$

**15.3.**

Uzupełnij poniższą listę odcinków zbioru Cantora rzędu 3, których końce zapisane są jako ułamki zwykłe **nieskracalne**:

[0; 1/27], [2/27; 1/9], .....

Końce odcinków zbiorów Cantora można opisać w zwarty i regularny sposób w systemie trójkowym. W szczególności odcinki zbioru Cantora rzędu 1 zapisane w systemie trójkowym to

$$[0; 0,1], [0,2; 1],$$

natomiast odcinki zbioru Cantora rzędu 2 zapisane w systemie trójkowym to

$$[0; 0,01], [0,02; 0,1], [0,2; 0,21] \text{ i } [0,22; 1].$$

Podaj poniżej odcinki zbiorów Cantora rzędu 3 zapisane w systemie o podstawie 3 (trójkowym):

[0; 0,001], .....  
.....

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

#### **Autorzy**

dr Lech Duraj  
dr Ewa Kołczyk  
Agata Kordas-Łata  
dr Beata Laszkiewicz  
Michał Malarski  
dr Rafał Nowak  
Rita Pluta  
Dorota Roman-Jurdzińska

#### **Komentatorzy**

prof. dr hab. Krzysztof Diks  
prof. dr hab. Krzysztof Loryś  
Romualda Laskowska  
Joanna Śmigielska

#### **Opracowanie redakcyjne**

Jakub Pochrybniak

#### **Redaktor naczelny**

Julia Konkołowicz-Pniewska

*Zbiory zadań* opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,  
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,  
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,  
Program Operacyjny Kapitał Ludzki