

## 1 Metoda Newtona-Raphsona (Heron) - wprowadzenie

Metodą Newtona-Raphsona nazywamy algorytm iteracyjny, którego zadaniem jest wyznaczenie pierwiastka kwadratowego z liczby rzeczywistej dodatniej. Wykorzystując jednak ten algorytm musimy wziąć pod uwagę fakt, iż wynik niekoniecznie musi być dokładny. Wpływają na to między innymi ograniczenia typów w kompilatorze.

## 2 Opis działania

Działanie metody opiera się na fakcie, że szukając pierwiastka kwadratowego z liczby  $n$  szukamy tak naprawdę boku kwadratu o polu równym  $n$ . Załóżmy, że mamy dany prostokąt, którego pole wynosi  $n$ , a długość jednego z boków wynosi  $a$ . Zgodnie z wzorem na pole prostokąta, długość drugiego boku wynosi  $n/a$ . W kolejnych iteracjach powinniśmy przekształcać ten prostokąt w taki sposób, aby jego pole się nie zmieniło, a różnica między długościami boków była mniejsza. W tym celu długość pierwszego z nowych boków wyznaczamy jako średnią arytmetyczną długości boków poprzedniego prostokąta, czyli  $a'=(a+n/a)/2$ . Wówczas drugi bok ma długość  $n/a'$ . Najczęściej algorytm powinien zakończyć swoje działanie, kiedy zostanie spełniony jeden z dwóch warunków:

- wartość bezwzględna z różnicy dwóch kolejnych przybliżeń nie jest większa od określonej dokładności  $D$ ;
- zostanie wykonana maksymalna liczba iteracji  $L$ ;

Za wartość początkową długości boku  $a$  można przyjąć  $n$ , lub korzystniej mniejszą wartość np.  $n/3$ .

Ogólny wzór na wyznaczanie kolejnych przybliżeń jest następujący:

$a(k) = [a(k-1)+n/a(k-1)]/2$ , gdzie  $a(k)$  to kolejne przybliżenie pierwiastka z  $n$ ,  $a(k-1)$  to wartość poprzedniego przybliżenia, natomiast  $n$  to liczba, z której liczymy pierwiastek

## 3 Specyfikacja

### Dane:

- liczba rzeczywista:  $n>0$  (liczba podpierwiastkowa)
- liczba rzeczywista:  $D>=0$  (dokładność obliczeń)
- liczba naturalna:  $L>0$  (maksymalna liczba iteracji)

### Wynik:

przybliżona wartość pierwiastka kwadratowego z liczby rzeczywistej  $n$  wyznaczona z dokładnością  $D$  lub po wykonaniu co najwyżej  $L$  iteracji:  $a$

## 4 Przykładowy kod w języku Python3

```
# Funkcja wyznaczająca przybliżoną wartość pierwiastka kwadratowego za pomocą metody Newtona-Raphsona
```

```
def wyznaczeniePrzyblizonejWartosciPierwiastkaKwadratowego(n,D,L):  
    # deklarowanie zmiennych początkowych  
    i = 0 # zmienna przechowująca liczbę przeprowadzonych iteracji  
    a = n/3 # zmienna przechowująca długość boku prostokąta  
    # pętla wyznaczająca kolejne przybliżenia pierwiastka  
    while i<L and abs(a-n/a)>D:  
        a = (a+n/a)/2  
        i += 1  
    # zwrócenie przybliżonej wartości pierwiastka kwadratowego  
    return a  
  
# wprowadzanie danych przez użytkownika  
n = float(input("Wprowadz liczbę, z której chcesz obliczyć pierwiastek: "))  
D = float(input("Wprowadz dokładność, z którą chcesz obliczyć wartość pierwiastka: "))  
L = int(input("Wprowadz maksymalną liczbę iteracji: "))  
# wypisanie przybliżonej wartości pierwiastka  
print(wyznaczeniePrzyblizonejWartosciPierwiastkaKwadratowego(n,D,L))
```