Zadanie 33.

Wiązka zadań *Wędrówka po planszy*

Wędrowiec podróżuje po kwadratowej planszy rozmiaru $n \times n$. Swoją wędrówkę rozpoczyna na dowolnym polu **pierwszej kolumny** planszy, a na koniec powinien dotrzeć do **ostatniej kolumny**. Będąc w kolumnie $j<n$, wędrowiec może w jednym ruchu przenieść się do kolumny $j+1$ (nie może przenieść się do żadnej innej kolumny). Wartość każdego pola planszy jest liczbą całkowitą. Wartość pola w i-tym wierszu i j-tej kolumnie na planszy A oznaczać będziemy przez $A[i, j]$.

Rozważamy 3 typy wędrowca:

- skaczący, który z pola w kolumnie $j<n$ może przeskoczyć na dowolne pole w kolumnie $j+1$;
- spadający, który z pola $A[i, j]$ możne przenieść się tylko na pola $A[k, j+1]$ takie, że $i \leq k \leq n$;
- chodzący, który z pola $A[i, j]$ może przeskoczyć tylko na pola $A[k, j+1]$ takie, że $k=i$ lub $k=i-1$ lub $k=i+1$ oraz $1 \leq k \leq n$.

Przykład

Rozważmy planszę rozmiaru 10×10. Jeżeli bieżącą pozycją wędrowca jest pole $A[3,4]$, to

- **wędrowiec skaczący** może w jednym ruchu przenieść się do pól $A[1,5]$, $A[2,5],\ldots,A[10,5]$,
- **wędrowiec spadający** może przenieść się do pól $A[3,5]$, $A[4,5],\ldots,A[10,5]$,
- **wędrowiec chodzący** może przenieść się do pól $A[2,5]$, $A[3,5]$, $A[4,5]$.

Rozważmy następujący algorytm, opisujący trasę jednego z typów wędrowców, dla poniższych danych:

Dane: n — liczba naturalna większa od 1;
A — tablica rozmiaru $n \times n$ wypełniona liczbami całkowitymi.

Uwaga: W poniższym algorytmie $B[0...n+1,1..n]$ jest tablicą, której wiersze mają numery $0,1,\ldots,n,n+1$, a kolumny $1,2,\ldots,n-1, n$.

Algorytm:

```
dla i=1,2,…,n wykonuj
    jeżeli A[i,1]>0
        B[i,1] ← 1
    w przeciwnym razie
        B[i,1] ← 0
dla j=2,3,…,n wykonuj
    B[0,j] ← 0
    B[n+1,j] ← 0
    dla i=1,2,…,n wykonuj
        jeżeli A[i,j] ≤0
            B[i,j] ← 0
        w przeciwnym razie
            jeżeli B[i – 1, j – 1]=1 lub B[i, j – 1]=1 lub B[i + 1, j – 1]=1
                B[i,j] ← 1
            w przeciwnym razie
                B[i,j] ← 0
d ← 0
dla i=1,2,…,n wykonuj
    jeżeli B[i,n]=1
        d ← 1
zwróć d
```

33.1.

Rozważmy działanie algorytmu dla n=5 oraz następującej zawartości tablicy A:

	1	2	3	4	5
1	–2	–1	4	7	8
2	–3	2	3	–10	–2
3	1	–4	–1	5	–5
4	–2	–1	–2	–3	9
5	–1	–5	1	–4	1

Podaj końcową zawartość kolumn 1,2,…,5 **tablicy B** oraz wartość zwracaną przez algorytm_1 dla powyższych danych.

Tablica B:

	1	2	3	4	5
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Wartość zwracana przez algorytm: ....

33.2.

Uzupełnij specyfikację podanego powyżej algorytmu.

Specyfikacja

Dane:

n — liczba naturalna większa niż 1

A — plansza rozmiaru $n \times n$ wypełniona liczbami całkowitymi.

Wynik:

1 — jeśli istnieje trasa wędrowca typu ....,

i prowadząca tylko przez pola o wartościach ....

0 — w przeciwnym przypadku

33.3.

Wartością trasy wędrowca nazywamy sumę liczb zapisanych na polach planszy, które wędrowiec odwiedza w trakcie trasy. Podaj algorytm zgodny z poniższą specyfikacją.

Specyfikacja

Dane:

n — liczba naturalna większa niż 1

A — plansza rozmiaru $n \times n$ wypełniona liczbami całkowitymi.

Wynik:

Największa wartość trasy wędrowca typu skaczącego zaczynającej się w pierwszej kolumnie i kończącej się w ostatniej kolumnie.

Przykład

Dla n=5 oraz zawartości planszy podanej w zadaniu 1 algorytm powinien zwrócić wartość 23; trasa wędrowca o największej wartości prowadzi przez pola A[3,1], A[2,2], A[1,3], A[1,4] i A[4,5].

33.4.

Podaj algorytm zgodny z poniższą specyfikacją.

Specyfikacja

Dane:

n — liczba naturalna większa niż 1

A — plansza rozmiaru $n \times n$ wypełniona liczbami całkowitymi.

Wynik:

1 — jeśli istnieje trasa wędrowca spadającego zaczynająca się w pierwszej kolumnie, kończąca się w ostatniej kolumnie i przechodząca wyłącznie przez pola o wartościach nieujemnych;

0 — w przeciwnym przypadku.

Przykład

Dla n=5 oraz zawartości planszy podanej w zadaniu 1 algorytm powinien zwrócić wartość 0, gdyż trasa spełniająca podane warunki musi zaczynać się w polu A[3,1], z którego można przejść tylko do pól ujemnych w drugiej kolumnie. Dla n=5 i poniższej zawartości planszy algorytm powinien zwrócić wartość 1; trasa prowadząca tylko przez pola dodatnie może przechodzić np. przez pola: A[1,1], A[2,2], A[2,3], A[3,4] i A[4,5].

	1	2	3	4	5
1	2	–1	4	7	8
2	–3	2	3	–10	–2
3	1	–4	–1	5	–5
4	–2	–1	–2	3	9
5	–1	–5	–6	–4	1

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy
dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy
prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne
Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny
Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY