

Zadanie 34.

Bajtek i Bituś poznali starożytny chiński sposób testowania pierwszościc liczby naturalnej n :

liczba n musi spełniać równanie

$$2^n \bmod n = 2,$$

gdzie \bmod oznacza operator dzielenia modulo, czyli resztę z dzielenia całkowitego.

Uwaga: Starożytny chiński sposób bywa zawodny, istnieją liczby, które spełniają to równanie, a nie są pierwsze; natomiast jeśli równanie nie zachodzi, to n jest na pewno złożona.

Chłopcy postanowili przetestować chińską metodę kolejne liczby $n \geq 2$, przeprowadzając obliczenia tylko na takich liczbach, które można reprezentować bez znaku na 8 bitach. co znaczy, że na każdym etapie obliczeń stosowali tylko liczby całkowite z zakresu od 0 do 255.

Bajtek obliczał potęgę 2^n dla kolejnych wartości n i dla obliczonej wartości wyznaczał resztę z dzielenia przez n .

Bituś skorzystał z praw arytmetyki modularnej. W każdym z kolejnych kroków obliczania potęgi, wynik iloczynu brał modulo n . Na przykład dla $n=3$ obliczenia wykonywał następująco:

$$2^3 \bmod 3 = ((2*2) \bmod 3)*2 \bmod 3 = 1*2 \bmod 3 = 2.$$

Który z nich mógł przetestować pierwszośc liczb w większym zakresie?

Podaj możliwie największą wartość n , dla której możliwe było przeprowadzenie testu pierwszości metodą każdego z chłopców.

W obliczeniach Bajtka $n_{max} = \dots\dots\dots$

W obliczeniach Bitusia $n_{max} = \dots\dots\dots$

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki