

Ewentualne potrzebne pliki: [www.code.kopernik-leszno.pl/zbiorzadan/pliki.zip](http://www.code.kopernik-leszno.pl/zbiorzadan/pliki.zip)

### **Zadanie 83.**

#### **Wiązka zadań Wilki i zajęcy**

Klasyczny model Lotki-Volterra opisuje interakcje między populacjami dwóch gatunków. Niech  $W_n$  i  $Z_n$  oznaczają liczebność populacji odpowiednio wilków i zajęcy, gdzie  $n$  jest numerem kolejnego miesiąca. Model definiują następujące dwa wzory:

$$\begin{aligned} Z_{n+1} &= Z_n + a Z_n - b Z_n W_n, \\ W_{n+1} &= W_n + b Z_n W_n - c W_n, \end{aligned}$$

gdzie  $a, b, c$  są parametrami modelu i mają następujące znaczenie:

- $a$  — współczynnik przyrostu liczby zajęcy,
- $b$  — współczynnik umierania zajęcy na skutek polowań wilków,
- $c$  — współczynnik umierania wilków.

Przyjmujemy następujące początkowe wartości populacji:

$$Z_0 = 100, \quad W_0 = 30.$$

Rozważamy model Lotki-Volterra z parametrami:

$$a = 0,02, \quad b = 0,0005, \quad c = 0,05.$$

Dla potrzeb matematycznych modeli symulacyjnych przyjmujemy, że wartości  $Z_n$  i  $W_n$  mogą być liczbami niecałkowitymi. Poniżej podano wartości populacji wilków i zajęcy w pierwszych 5 miesiącach symulacji (wartości zaokrąglono do 2 miejsc po przecinku):

$n$	Zajęcy ( $Z_n$ )	Wilki ( $W_n$ )
0	100,00	30,00
1	100,50	30,00
2	101,00	30,01
3	101,51	30,02
4	102,01	30,05
5	102,52	30,08

Wykorzystując dostępne narzędzia informatyczne, wykonaj poniższe zadania. Odpowiedzi (z wyjątkiem wykresu do zadania 3) zapisz w pliku o nazwie wyniki\_wilki.txt. Wyniki do każdego zadania poprzedź numerem oznaczającym to zadanie. Wykres do zadania 3 umieść w pliku wykres\_wilki.xxx, gdzie xxx oznacza rozszerzenie odpowiednie dla formatu pliku.

### 83.1.

Podaj liczebność populacji wilków i zajęcy po upływie 5 lat (60 miesięcy). Wynik podaj z dokładnością do 2 miejsc po przecinku.

### 83.2.

Dla podanych powyżej wartości  $a, b, c$  i wartości początkowych  $Z_0, W_0$  przebieg symulacji jest następujący:

- na początku następuje przyrost obu populacji;
- gdy wilków przybędzie odpowiednio dużo, to populacja zajęcy zaczyna maleć;
- gdy liczebność populacji zajęcy zaczyna spadać, to zaczyna też spadać liczebność populacji wilków.

Podaj, kiedy zacznie maleć populacja zajęcy, tzn. podaj najmniejszą wartość  $n$ , dla której  $Z_n < Z_{n-1}$ . Podaj też, kiedy nastąpi spadek populacji wilków, tzn. podaj najmniejszą wartość  $m$ , dla której  $W_m < W_{m-1}$ .

**83.3.**

Utwórz wykres liniowy przedstawiający liczebność populacji wilków i zajęcy w kolejnych miesiącach w ciągu pierwszych 20 lat symulacji. Pamiętaj o czytelnym opisie wykresu.

**83.4.**

Rozważ symulację liczebności populacji wilków i zajęcy w okresie 40 lat. Podaj najmniejszą i największą liczebność wilków i zajęcy, jaka może być wskazana w rozważanym modelu. Odpowiedzi podaj z dokładnością do 2 miejsc po przecinku.

	Zajęce	Wilki
Najmniejsza liczebność populacji		
Największa liczebność populacji		

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

#### **Autorzy**

dr Lech Duraj  
dr Ewa Kołczyk  
Agata Kordas-Łata  
dr Beata Laszkiewicz  
Michał Malarski  
dr Rafał Nowak  
Rita Pluta  
Dorota Roman-Jurdzińska

#### **Komentatorzy**

prof. dr hab. Krzysztof Diks  
prof. dr hab. Krzysztof Loryś  
Romualda Laskowska  
Joanna Śmigielska

#### **Opracowanie redakcyjne**

Jakub Pochrybniak

#### **Redaktor naczelny**

Julia Konkołowicz-Pniewska

*Zbiory zadań* opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,  
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,  
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,  
Program Operacyjny Kapitał Ludzki