

Zadanie 86.

Wiązka zadań *Wybory*

Jedną z metod obsadzania mandatów w systemach wyborczych opartych na proporcjonalnej reprezentacji partii politycznych jest metoda Sainte-Laguë. W metodzie tej kolejne mandaty w danym okręgu wyborczym przydzielane są po kolei. Przed przydzieleniem każdego mandatu wyznacza się współczynnik w_K dla każdego komitetu wyborczego K równy

$$w_k = \frac{g_k}{2m_k+1},$$

gdzie:

g_k — liczba głosów zdobytych przez komitet K w rozważanym okręgu,

m_k — liczba mandatów przydzielonych komitetowi K do tej pory.

Kolejny mandat otrzymuje ten komitet wyborczy K , który ma największą wartość współczynnika w_k .

Uwaga. Jeśli kilka komitetów ma taką samą wartość współczynnika w_k . Sposób rozstrzygnięcia takich remisów nie ma wpływu na rozwiązania poniższych zadań, dlatego takiego przypadku nie opisujemy.

Przykład

Przyjmijmy, że do wyborów zgłosiły się dwa komitety wyborcze K_1 i K_2 , które otrzymały odpowiednio $g_{K_1} = 810$ oraz $g_{K_2} = 300$ głosów w okręgu, w którym do obsadzenia są 4 mandaty.

Mandat pierwszy otrzymuje K_1 , gdyż $m_{K_1} = 0$, $m_{K_2} = 0$ oraz:

$$w_{K_1} = \frac{810}{1} = 810, w_{K_2} = \frac{300}{1} = 300.$$

Mandat drugi otrzymuje K_2 , gdyż $m_{K_1} = 1$, $m_{K_2} = 0$ oraz:

$$w_{K1} = \frac{810}{3} = 270, w_{K2} = \frac{300}{1} = 300.$$

Mandat trzeci otrzymuje $K1$, gdyż $m_{K1} = 1, m_{K2} = 1$ oraz:

$$w_{K1} = \frac{810}{3} = 270, w_{K2} = \frac{300}{3} = 100.$$

Mandat czwarty również otrzymuje $K1$, gdyż $m_{K1} = 2, m_{K2} = 1$ oraz:

$$w_{K1} = \frac{810}{5} = 162, w_{K2} = \frac{300}{3} = 100.$$

W rezultacie komitet $K1$ otrzyma 3 mandaty, a komitet $K2$ otrzyma 1 mandat.

Wybory odbyły się w 20 okręgach wyborczych, zgłosiło się do nich pięć komitetów wyborczych o nazwach $K1, K2, K3, K4$ i $K5$. Do obsadzenia jest 400 mandatów poselskich. Plik `dane_wybory.txt` zawiera wyniki przeprowadzonych wyborów. Każdy wiersz pliku zawiera dane dotyczące jednego okręgu wyborczego: nazwę okręgu i 5 liczb oznaczających liczbę głosów oddanych na kolejne komitety wyborcze ($K1, K2, K3, K4$ i $K5$) w tym okręgu (zakładamy, że każdy głos wskazuje na jeden komitet, nie ma głosów nieważnych). Wartości w wierszu oddzielone są spacjami.

Przykład

```
A1 16573 13009 19177 21253 9656
B2 24574 10394 9756 13299 3464
```

Wykorzystując dane zawarte w tym pliku i dostępne narzędzia informatyczne, wykonaj poniższe zadania. Odpowiedzi do poszczególnych zadań zapisz w pliku tekstowym o nazwie `wyniki_wybory.txt` (z wyjątkiem wykresu do zadania 1). Odpowiedź do każdego zadania poprzedź numerem oznaczającym to zadanie. Wykres do zadania 1 umieść w pliku `wyniki_wybory.xxx`, gdzie `xxx` oznacza rozszerzenie odpowiednie dla formatu pliku.

86.1.

Podaj, ile ogółem głosów oddano (na wszystkie komitety razem) w każdym z okręgów wyborczych. Na tej podstawie sporządź wykres kolumnowy porównujący liczby głosów oddanych w poszczególnych okręgach. Pamiętaj o prawidłowym i czytelnym opisie wykresu.

86.2.

Poparcie komitetu wyborczego w danym okręgu to procent głosów zdobytych w tym okręgu, w zaokrągleniu do dwóch miejsc po przecinku. *Matecznikiem* komitetu wyborczego nazywamy okręg, w którym komitet ten zdobył największe procentowe poparcie w porównaniu z jego poparciem w innych okręgach. Dla każdego komitetu wyborczego podaj nazwę okręgu będącego jego *matecznikiem*.

Przykład

Przyjmijmy, że wybory odbyły się tylko w dwóch okręgach wyborczych $A1$ i $B2$, z następującymi wynikami:

	$K1$	$K2$	$K3$	$K4$	$K5$
$A1$	100	300	400	50	150
$B2$	150	500	750	400	200

Wówczas *matecznikiem* komitetu $K1$ jest okręg $A1$ (100 głosów, poparcie 10%), mimo że uzyskał on większą liczbę głosów w okręgu $B2$ (150 głosów, poparcie 7,5%).

86.3.

Przyjmijmy, że w każdym okręgu wyborczym jest do obsadzenia 20 mandatów, przy czym przyznawane są one w oparciu o rozkład głosów w tym okręgu zgodnie z metodą Sainte-Laguë. Dla każdego z komitetów wyborczych (K_1, K_2, K_3, K_4, K_5) wskaż maksymalną liczbę mandatów zdobytych przez ten komitet w jednym okręgu.

86.4.

Pierwsza litera nazwy każdego okręgu oznacza region, w którym ten okręg się znajduje: A, B, C lub D . Komisja wyborcza rozważa różne warianty podziału mandatów:

- a) standardowy: w każdym okręgu mandaty obsadzane są osobno, przyznaje się po 20 mandatów na okręg metodą Sainte-Laguë.
- b) regionalny: wszystkie okręgi z tego samego regionu łączone są w duży okręg i w tak utworzonych większych okręgach (A, B, C i D) obsadza się po 100 mandatów metodą Sainte-Laguë.

Podaj liczbę mandatów zdobytych w obu wariantach przez każdy komitet w całym kraju.

86.5.

Rozważmy sytuację, w której o mandaty rywalizują dwa komitety wyborcze, Q i R , w jednym okręgu wyborczym, w którym każdy spośród 100 000 wyborców oddaje głos na komitet Q albo komitet R . Do obsadzenia jest $2m$ mandatów. Ustal najmniejszą liczbę głosów, jakie musi zdobyć komitet Q , aby zdobyć dokładnie połowę, czyli m mandatów, dla $m=10$, $m=20$ i $m=50$.

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki