

Zadanie 1. Suma silni (11 pkt)

Pojęcie silni dla liczb naturalnych większych od zera definiuje się następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 1 \\ (n-1)! * n & \text{dla } n > 1 \end{cases}$$

Rozpatrzmy funkcję $ss(n)$ zdefiniowaną następująco:

$$ss(n) = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n! \quad (*)$$

gdzie n jest liczbą naturalną większą od zera.

- a) Podaj, ile mnożeń trzeba wykonać, aby obliczyć wartość funkcji $ss(n)$, korzystając wprost z podanych wzorów, tzn. obliczając każdą silnię we wzorze (*) oddzielnie. Uzupełnij poniższą tabelę.

Wartość funkcji	Liczba mnożeń
$ss(3)$	
$ss(4)$	
$ss(n)$	

- b) Zauważmy, że we wzorze na $ss(n)$, czynnik 2 występuje w $n-1$ silniach, czynnik 3 w $n-2$ silniach, ..., czynnik n w 1 silni. Korzystając z tej obserwacji przekształć wzór funkcji $ss(n)$ tak, aby można było policzyć wartość $ss(n)$, wykonując dokładnie $n-2$ mnożenia dla każdego $n \geq 2$. Uzupełnij poniższą tabelę (w ostatnim wierszu wypełnij tylko pusty prostokąt).

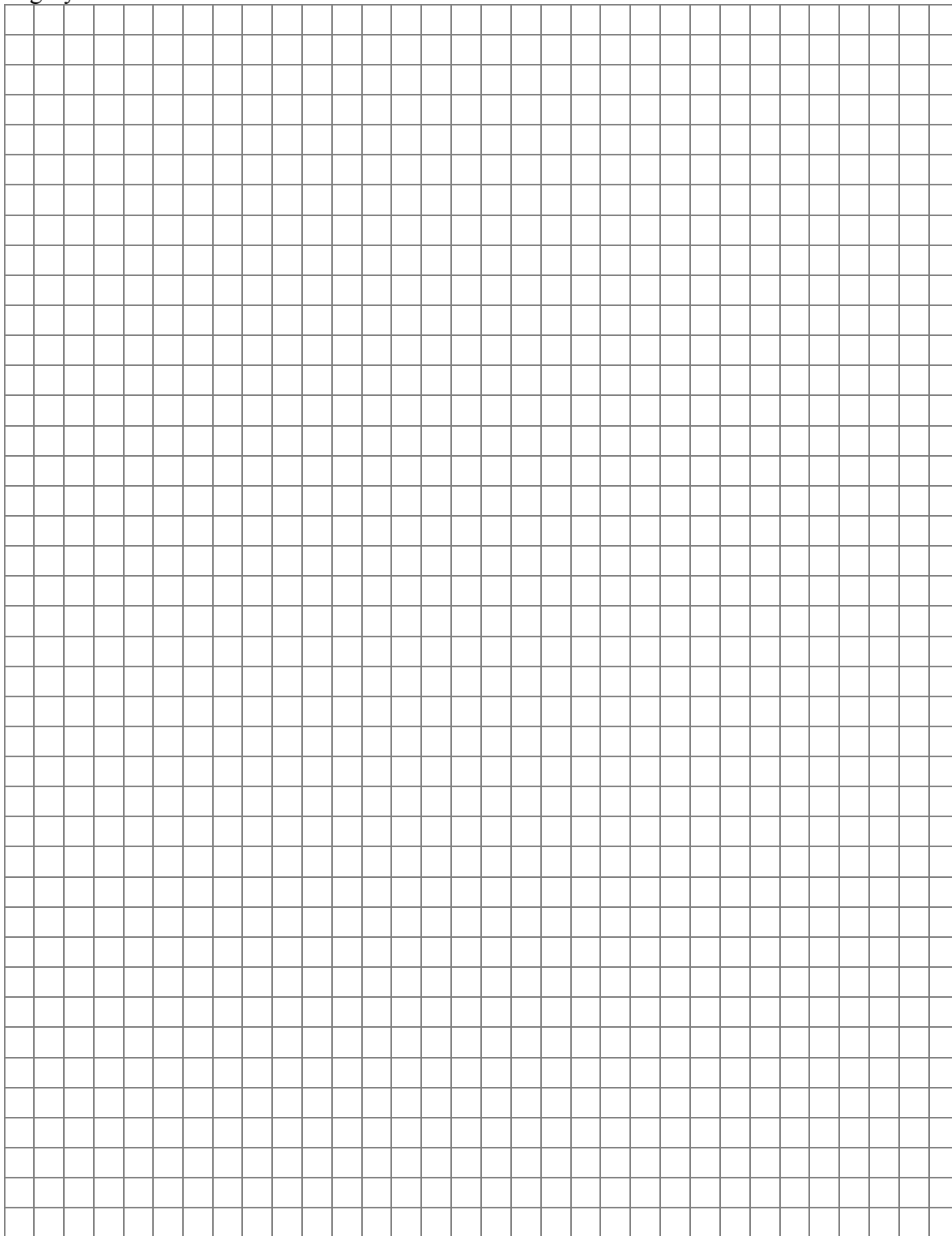
Wartość funkcji	Przekształcony wzór	Liczba mnożeń
$ss(1)$	1	0
$ss(2)$	1+2	0
$ss(3)$	1+2*(1+3)	1
$ss(4)$	1+2*(1+3*(1+4))	2
$ss(5)$		
$ss(n)$	1+2*(1+3*(1+...(n-2)*()...))	$n-2$

Zapisz w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania) algorytm obliczania wartości funkcji $ss(n)$ zgodnie ze wzorem zapisanym przez Ciebie w tabeli. Podaj specyfikację dla tego algorytmu.

Dane:

Wynik:

Algorytm

A large grid of graph paper, consisting of 30 columns and 40 rows of small squares, intended for writing an algorithm.

Punktacja:

Części zadania	Maks.
a	2
b	9
Razem	11

Zadanie 2. Liczby pierwsze (13 pkt)

Poniżej przedstawiono algorytm wyznaczający wszystkie liczby pierwsze z przedziału $[2, N]$, wykorzystujący metodę Sita Eratostenesa. Po zakończeniu wykonywania tego algorytmu, dla każdego $i = 2, 3, \dots, N$, zachodzi $T[i]=0$, jeśli i jest liczbą pierwszą, natomiast $T[i]=1$, gdy i jest liczbą złożoną.

Dane: Liczba naturalna $N \geq 2$.

Wynik: Tablica $T[2...N]$, w której $T[i] = 0$, jeśli i jest liczbą pierwszą, natomiast $T[i]=1$, gdy i jest liczbą złożoną.

Krok 1. Dla $i = 2, 3, \dots, N$ wykonuj $T[i] := 0$

Krok 2. $i := 2$

Krok 3. Jeżeli $\pi[i] = 0$ to przejdź do kroku 4, w przeciwnym razie przejdź do kroku 6

Krok 4. $j := 2 * i$

Krok 5. Dopóki $j \leq N$ wykonuj

$$T[j] := 1$$
$$j := j + i$$

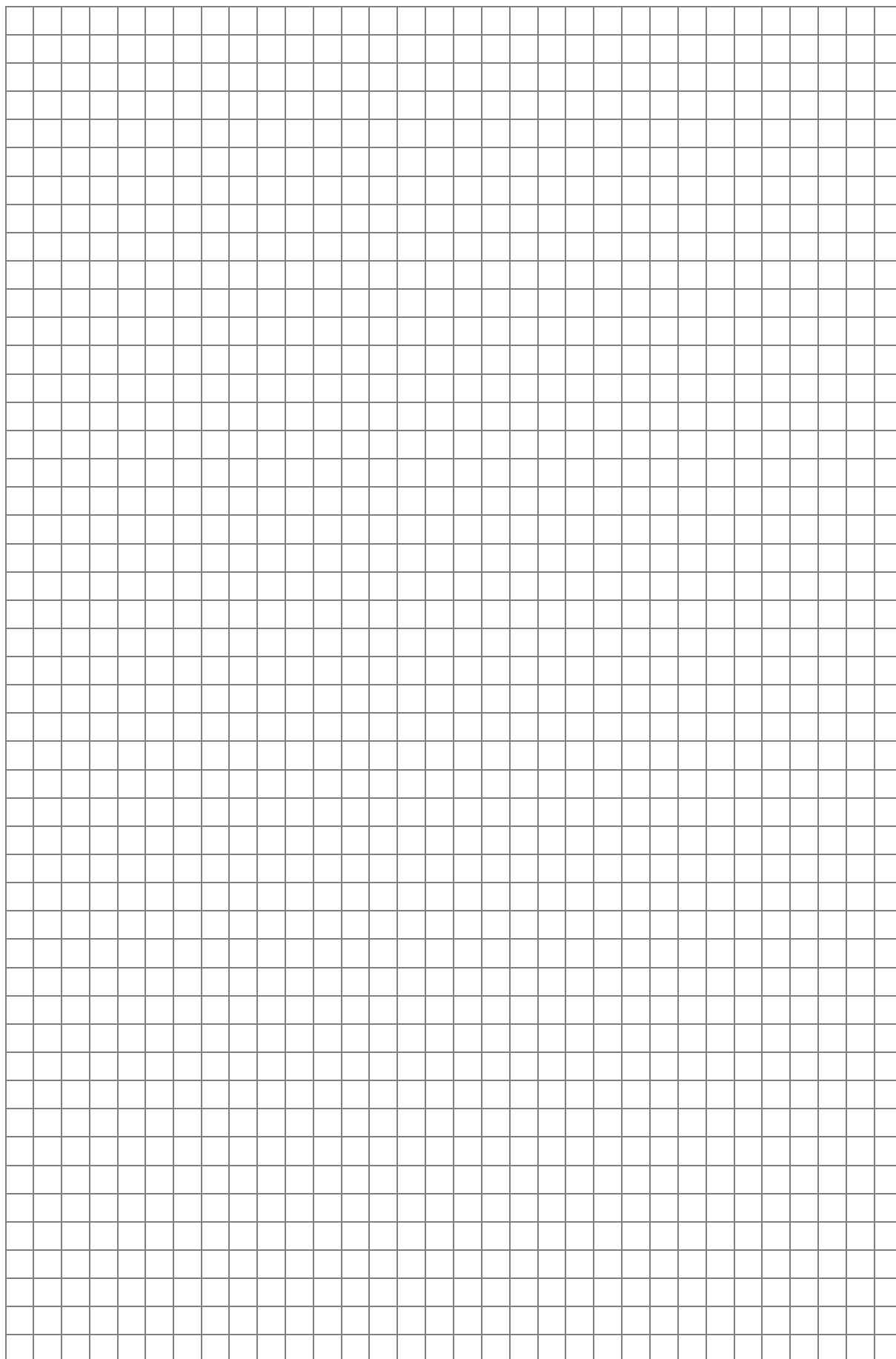
Krok 6. $i := i + 1$

Krok 7. Jeżeli $i < N$, to przejdź do kroku 3, w przeciwnym razie zakończ wykonywanie algorytmu

Uwaga: „:=” oznacza instrukcję przypisania.

- a) Dane są: liczba naturalna $M \geq 1$ i tablica $A[1...M]$ zawierająca M liczb naturalnych z przedziału $[2, N]$. Korzystając z powyższego algorytmu, zaprojektuj algorytm, wyznaczający te liczby z przedziału $[2, N]$, które nie są podzielne przez żadną z liczb $A[1], \dots, A[M]$. Zapisz go w wybranej przez siebie notacji (lista kroków, schemat blokowy lub język programowania) wraz ze specyfikacją.

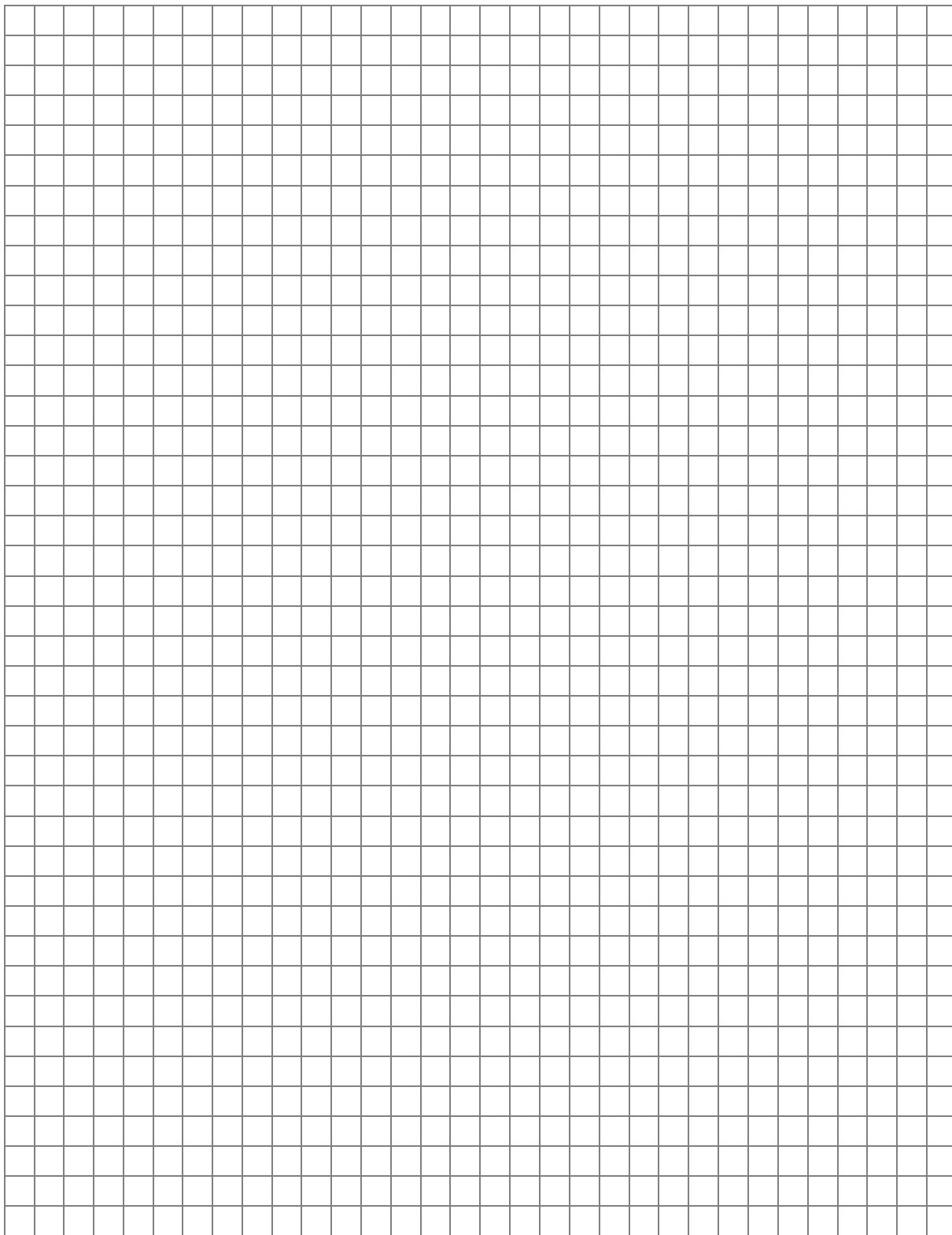
This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



Dane: Liczba naturalna $L > 1$.

Wynik: Komunikat „Tak”, jeśli L jest liczbą pierwszą, komunikat „Nie” w przeciwnym razie.

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.



Punktacja:

Części zadania	Maks.
a	4
b	3
c	6
Razem	13

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid covers the entire area of the page, with no margins or additional markings.

-
- This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The grid covers the entire area of the page, leaving no margins or other markings.

Części zadania	Maks.
a	2
b	4
c	2
Razem	8

Zadanie 4. Test (8 pkt)

Dla następujących zdań **zaznacz znakiem X** właściwe odpowiedzi.

(Uwaga: W każdym podpunkcie poprawna jest tylko jedna odpowiedź.)

- a) Adresy IP składają się z czterech liczb z zakresu od 0 do 255, które zapisuje się oddzielone kropkami, np. 130.11.121.94. Każda z tych liczb reprezentowana jest w komputerze na ośmiu bitach. Wśród adresów IP wyróżniamy m.in. adresy klasy B, w których pierwsza z liczb zapisana binarnie na ośmiu bitach, ma na dwóch pierwszych pozycjach (licząc od lewej strony) wartości odpowiednio 1 i 0. Który z poniższych adresów jest adresem IP typu B?
- ☐ 131.125.94.11
 - ☐ 141.125.294.111
 - ☐ 201.93.93.93
- b) Liczba 2101 oznacza
- ☐ 13 zapisane w systemie binarnym.
 - ☐ 64 zapisane w systemie trójkowym.
 - ☐ 1099 zapisane w systemie ósemkowym.
- c) Najmniejszą jednostką informacji jest
- ☐ bit.
 - ☐ bajt.
 - ☐ znak.
- d) System operacyjny to
- ☐ program umożliwiający szybką realizację operacji matematycznych.
 - ☐ zbiór programów zarządzających pracą komputera.
 - ☐ program służący wyłącznie do formatowania dysków i kopiowania plików.
- e) Do metod ochrony poufności danych należy
- ☐ systematyczne gromadzenie danych w pamięci operacyjnej.
 - ☐ zabezpieczenie dostępu do danych przez hasło.
 - ☐ stosowanie programów archiwizujących.
- f) Portal internetowy to
- ☐ program o funkcjach podobnych do programów Internet Explorer, Mozilla, Opera.
 - ☐ inna nazwa otoczenia sieciowego.
 - ☐ wielotematyczny serwis internetowy.

- g) Które z poniższych czynności są przykładami kodowania informacji?
- ☐ Zastąpienie znaków tworzących tekst innymi znakami w sposób pozwalający odtworzyć tekst oryginalny.
 - ☐ Usunięcie losowo wybranych liter z tekstu wiadomości.
 - ☐ Ukrywanie przekazywanych wiadomości poprzez dobór odpowiednich uprawnień i atrybutów.
- h) Grafika rastrowa to sposób tworzenia i przechowywania w komputerze obrazów, które są reprezentowane w postaci
- ☐ równań figur geometrycznych (odcinków, łuków, okręgów, elips).
 - ☐ siatki niezależnie traktowanych pikseli.
 - ☐ zbiorów odcinków.

Punktacja:

Zadanie	Maks.
Razem	8